

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий

Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

 Горбенко Е.Е.
« 06 » декабря 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Векторный и тензорный анализ

По направлению подготовки – 44.03.05 Педагогическое образование (с
двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки – Физика. Информатика

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Курс – 2 курс (3 семестр)

Луганск, 2023

Рабочая программа учебной дисциплины «Векторный и тензорный анализ» является частью основной профессиональной образовательной программы для подготовки бакалавров по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и профилю «Физика. Информатика» очной формы обучения.

Рабочая программа учебной дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 г. № 125 (с изменениями и дополнениями) и Профессиональным стандартом, утвержденным Приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)»» от 18 октября 2013 г. № 544н (с изменениями и дополнениями); «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог дополнительного образования детей и взрослых»» от 22 сентября 2021 г. № 652н., соответствующих профессиональной деятельности выпускников.

СОСТАВИТЕЛЬ:

доцент кафедры высшей математики и методики преподавания математики
ФГБОУ ВО «ЛПГУ», кандидат технических наук, доцент Клипаков Николай
Викторович

Утверждена на заседании кафедры высшей математики и методики
преподавания математики

Протокол от «05» декабря 2023 г., № 5

Заведующий кафедрой высшей математики
и методики преподавания математики



Кривко Я.П.

Одобрена на заседании учебно-методической комиссии института физико-математического образования, информационных и обслуживающих технологий

Протокол от «06» декабря 2023 г., № 5

Председатель учебно-методической комиссии
института физико-математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий



Давыскиба О.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий учебно-методическим отделом



Савенков В.В.

Структура и содержание дисциплины

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Целью дисциплины является изучение основных понятий векторного и тензорного анализа, действий над тензорами и тензорными полями. Также в рамках данной дисциплины ставится цель научить студентов владеть понятием тензора и применять аппарат тензорного исчисления при решении задач теоретической механики, физики, теоретической механики и основ механики сплошных сред.

Задачи дисциплины:

1. познакомить студентов с основными понятиями векторного и тензорного анализа;
2. овладеть навыками преобразования компонент тензора при преобразованиях пространства;
3. овладеть навыками преобразования компонент тензора при переходе к криволинейной системе координат;
4. показать примеры применения тензорного исчисления (анализа) при решении различных задач теоретической механики, физики, некоторых задач механики сплошной среды.

2. Место дисциплины в структуре ООП ВО.

Учебная дисциплина «Векторный и тензорный анализ» входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)», индекс дисциплины Б1.В.03.01.

Необходимыми условиями для освоения дисциплины являются: знания и умения, приобретенные (или приобретаемые параллельно) в результате освоения предшествующих дисциплин: «Математический анализ и дифференциальные уравнения», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», а также навыки дифференцирования функций, решения систем уравнений и других основ курса школьной математики.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин «Математический анализ и дифференциальные уравнения», «Линейная и аналитическая геометрия» и служит основой для освоения дисциплин «Физика конденсированного состояния», «Физика твердого тела», а также для подготовки и написания выпускной квалификационной работы.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине «Векторный и тензорный анализ», соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения	Результаты обучения по дисциплине
Профессиональные		
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с	<i>знать:</i> представление вектора в ко- и контравариантной форме и связь между ко- и контравариантными компонентами вектора; понятие вектор-функции и ее графика; понятия тензора, ранга тензора; понятие метрического тензора; понятие девиатора и шарового тензора; основные понятия тензорной алгебры (сложение,

профессиональных задач.	<p>требованиями ФГОС ОО. ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.</p>	<p>умножение, свертывание тензоров, симметрирование, альтернирование и др.); понятие тензорной функции, тензорного поля; основные понятия теории поля; понятие символов Кристоффеля 1-го и 2-го рода; основные теоремы тензорного анализа.</p> <p><i>уметь:</i> проводить операции над вектор-функциями (дифференцирование, интегрирование); преобразовать компоненты тензора при повороте плоскости вокруг перпендикулярной оси; преобразовать компоненты тензора при переходе к криволинейным координатам; производить основные действия над тензорами; производить основные действия над тензорными полями; вычислить символы Кристоффеля 1-го и 2-го рода; применять аппарат тензорного исчисления для решения физических и механических задач.</p> <p><i>владеть:</i> оперирования тензорами; вычисления основных показателей тензорного поля и их физической интерпретацией; аппаратом векторного и тензорного исчисления.</p>
-------------------------	--	--

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (зач. ед.)	
	Очная форма	Заочная форма
Общая учебная нагрузка (всего)	2 зач ед (72 ч)	
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего) в том числе:	24	
Лекции	12	
Семинарские занятия	-	
Практические занятия (в том числе интерактив)	12	
Лабораторные работы	-	

Контрольные работы (модули)	-	
КСР	-	
Курсовая работа (курсовой проект)	-	
Другие формы и методы организации образовательного процесса	-	
Самостоятельная работа студента (всего)	44	
Итоговая аттестация	4 зачет	

4.2. Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Обзор основных сведений из векторной алгебры. Основные понятия и определения: вектор; нулевой вектор; равные вектора; свободный, скользящий и связанный вектор. Основные действия над векторами и их свойства (коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность): сложение конечного числа векторов; умножение вектора на скаляр; вычитание векторов. Проекция вектора на ось; орт; проекция на ось суммы векторов. Линейная зависимость векторов. Коллинеарные, компланарные вектора. Скалярное, векторное произведение векторов. Работа силы, приложенной к точке. Произведение трех векторов: смешанное, двойное векторное.

Тема 2. Векторный базис. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора. Понятие векторного базиса. Разложение вектора. Векторный базис в декартовой и криволинейной системах координат. Прямое и обратное преобразования векторов с общим началом. Запись в индексной форме. Взаимные векторные базисы. Ковариантные и контравариантные координаты вектора. Индексные обозначения ко- и контравариантных компонент вектора. Понятие «немного» индекса. Правило суммирования по индексам. Физические координаты вектора. Связь между ко- и контравариантными компонентами вектора. Метрический тензор. Коэффициенты Ламе.

Тема 3. Вектор-функция. Дифференцирование, интегрирование вектор-функции. Понятие вектор-функции. Годограф вектор-функции. Производная вектор-функции, правила дифференцирования. Интегрирование вектор-функции.

Выражение скалярного произведения через ко- и контравариантные компоненты. Выражение векторного произведения двух векторов в косоугольной системе координат. Углы Эйлера.

Тема 4. Тензор. Преобразование координат тензора.

Понятие тензора. Ранг тензора. Свойство инвариантности. Скаляр как тензор нулевого ранга. Вектор как тензор первого ранга. Примеры тензоров первого ранга. Преобразование компонент вектора. Тензор третьего ранга. Примеры тензоров третьего ранга (тензор напряжений, тензор деформаций, тензор моментов инерции, тензор скоростей деформаций). Определение тензора произвольного порядка. Преобразование компонент тензора при повороте плоскости вокруг перпендикулярной оси. Тензорное уравнение. Инвариантность тензорного уравнения. Тензор в обобщенных координатах. Криволинейные координаты. Тензоры в криволинейных системах координат.

Тема 5. Действия над тензорами.

Сложение, умножение, свертывание тензоров. Поднимание/опускание индексов. Подстановка индексов. Симметричный, антисимметричный тензор. Симметрирование, альтернирование тензоров. Метрический тензор. Понятие главной оси тензора. Приведение тензора к главным осям. Тензорный эллипсоид. Инварианты тензора. Понятие девиатора. Разложение тензора на девиатор и шаровой тензор.

Тема 6. Основы векторного и тензорного анализа.

Понятие тензорной функции скалярного аргумента. Дифференцирование тензор-функции. Понятие тензорного поля, примеры тензорных полей. Непрерывность тензорного поля. Действия над тензорными полями. Понятие циркуляции векторного поля. Скалярное поле. Производная по направлению, градиент скалярного поля. Свойства градиента скалярного поля. Дифференциальный оператор «набла». Векторное поле. Векторные

линии, примеры. Дифференциальное уравнение векторной линии. Поток векторного поля. Задача об определении количества жидкости, протекающего в единицу времени через кусок гладкой поверхности. Дивергенция векторного поля. Теорема Остроградского. Дивергенция поля скорости жидкости. Уравнения неразрывности. Вихрь векторного поля. Теорема Стокса. Потенциальное векторное поле, примеры. Соленоидальное векторное поле, примеры. Лапласово векторное поле. Теорема о разложении непрерывного векторного поля на потенциальное и соленоидальное. Дифференцирование векторного поля по направлению.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Тема 1. Обзор основных сведений из векторной алгебры.	2	
2	Тема 2. Векторный базис. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора.	2	
3	Тема 3. Вектор-функция. Дифференцирование, интегрирование вектор-функции.	2	
4	Тема 4. Тензор. Преобразование координат тензора.	2	
5	Тема 5. Действия над тензорами.	2	
6	Тема 6. Основы векторного и тензорного анализа.	2	
Итого:		12	

4.4. Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Тема 1. Обзор основных сведений из векторной алгебры.	2	
2	Тема 2. Векторный базис. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора.	2	
3	Тема 3. Вектор-функция. Дифференцирование, интегрирование вектор-функции.	2	
4	Тема 4. Тензор. Преобразование координат тензора.	2	
5	Тема 5. Действия над тензорами.	2	
6	Тема 6. Основы векторного и тензорного анализа.	2	
Итого:		12	

4.5. Лабораторные работы

Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов	
			Очная форма	Заочная форма

1	Тема 1. Обзор основных сведений из векторной алгебры.	Выполнение домашнего задания. Решение задач.	8	
2	Тема 2. Векторный базис. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора.	Выполнение индивидуального задания. Самостоятельное изучение материала.	6	
3	Тема 3. Вектор-функция. Дифференцирование, интегрирование вектор-функции.	Выполнение домашнего задания. Решение задач.	8	
4	Тема 4. Тензор. Преобразование координат тензора.	Выполнение домашнего задания. Решение задач. Самостоятельное изучение материала.	6	
5	Тема 5. Действия над тензорами.	Выполнение индивидуального задания	6	
6	Тема 6. Основы векторного и тензорного анализа.	Выполнение домашнего задания. Решение задач. Самостоятельное изучение материала. Написание реферата.	10	
Итого:			44	
Зачет		Подготовка к зачету	4	

4.7. Курсовые работы.

Учебным планом курсовые работы не предусмотрены

5. Образовательные технологии

С целью формирования и развития профессиональных навыков, обучающихся необходимо использовать инновационные образовательные технологии при реализации различных видов аудиторной работы в сочетании с внеаудиторной. Используемые образовательные технологии и методы должны быть направлены на повышение качества подготовки путем развития у обучающихся способностей к самообразованию и нацелены на активацию и реализацию личностного потенциала.

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

Информационные технологии: использование электронных образовательных ресурсов (электронный конспект, размещенный во внутренней сети или т.п.) при подготовке к лекциям.

Работа в команде: совместная работа студентов в группе при выполнении групповых домашних заданий по теме 6 «Основы векторного и тензорного анализа».

6. Формы контроля освоения дисциплины.

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором и преподавателем(ями), ведущими практические занятия по дисциплине в следующих формах:

- письменные домашние задания;
- индивидуальные задания;
- написание реферата.

Итоговый контроль по результатам освоения дисциплины проходит в форме письменного зачета во 2-ом семестре (включает в себя ответ на теоретические вопросы и решение задач).

Баллы, которые получают студенты дневной формы обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
7 семестр	
Самостоятельное изучение материала.	10
Выполнение домашнего задания. Решение задач	20
Самостоятельная работа	10
Выполнение индивидуального задания (реферат)	20
Зачет	40
Итого за семестр:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	A – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	B – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	C – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	D – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения	

		учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Малышев А. И. Основы векторного и тензорного анализа для физиков: учебно-методическое пособие / А. И. Малышев, Г. М. Максимова. – Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2012. – 101 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/153472> (дата обращения: 20.03.2025). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Лосик М. В. Лекции по векторному и тензорному анализу: Учебное пособие для студентов, обучающихся по специальностям: 010701 «Физика», 010801 «Радиофизика и электроника», 010710 «Физика открытых нелинейных систем». Саратов: ООО Издательский центр «Наука», 2008. – 64 с. Экз.- 10 (библ. мех-мата СГУ).

3. Гордиенко А. Б. Основы векторного и тензорного анализа : учебное пособие / А. Б. Гордиенко, М. Л. Золотарев, Н. Г. Кравченко. – Кемерово : КемГУ, 2009. – 131 с. – ISBN 978-5-89428-461-3. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/30131> (дата обращения: 20.03.2025). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Постников М.М. Лекции по геометрии. Семестр II. Линейная алгебра. Учеб. пособие для вузов. – 2-ое изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 400 с.

5. Волкова В. И. Векторный и тензорный анализ : учебное пособие (курс лекций) / В. И. Волкова, Р. Г. Закинян. – Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2022. – 128 с. – Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. – URL: <https://www.iprbookshop.ru/135775.html> (дата обращения: 20.03.2025). – Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6. Введение в булеву, линейную, векторную, тензорную алгебру : учебно-методическое пособие / составители О. Н. Зайцева, А. Н. Нуриев, П. В. Малов. – Казань : Издательство КНИТУ, 2022. – 116 с. – ISBN 978-5-7882-3180-8. – Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. – URL: <https://www.iprbookshop.ru/129223.html> (дата обращения: 20.03.2025). – Режим доступа: для авторизир. пользователей.

7. Игнаточкина, Л. А. Руководство к решению задач по тензорной алгебре векторных пространств: учебное пособие / Л. А. Игнаточкина. – 2-е изд. – Москва: Московский педагогический государственный университет, 2024. – 64 с. – ISBN 978-5-4263-0159-7. – Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. – URL: <https://www.iprbookshop.ru/145770.html> (дата обращения: 20.03.2025). – Режим доступа: для авторизир. пользователей.

б) дополнительная литература:

1. Димитриенко Ю.И. Тензорное исчисление: учеб.пособие для студентов вузов, обуч. по физ.-мат. и машиностр. спец./ Ю. И. Димитриенко. – Москва: Высшая школа, 2001. – 575 с.

2. Димитриенко Ю. И. Механика сплошной среды. В 4 томах. Т.1. Тензорный анализ: учебное пособие / Ю. И. Димитриенко. – Москва: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2011. – 464 с. – ISBN 978-5-7038-3437-4 (т.1), 978-5-7038-3385-8. – Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. – URL: <https://www.iprbookshop.ru/94165.html> (дата обращения: 20.05.2025). – Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Корнев Г.В. Тензорное исчисление: учеб.пособие для студентов вузов, обуч. по напр. и спец. "Математика", "Физика", "Механика"/ Г. В. Корнев. – Москва: МФТИ, 2000. – 240 с.

4. Краснов М. Л. Векторный анализ: задачи и примеры с подробными решениями: учеб.пособие/ М. Л. Краснов, А. И. Киселёв. – 2-е изд., испр. – Москва: Едиториал УРСС, 2002. – 144 с.

в) Интернет-ресурсы:

1. Научная библиотека ФГБОУ ВО «ЛГПУ» <https://lib.lgpu.org/>
2. ЭБС «IPR SMART» <https://www.iprbookshop.ru/>
3. ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционные занятия: комплект электронных презентаций/слайдов, аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук, ...) и т.п.

Практические занятия: компьютерный класс, презентационная техника (проектор, экран, компьютер/ноутбук, ...), пакеты ПО общего назначения (текстовые редакторы, графические редакторы, ...), специализированное ПО: ... и т.п.

Самостоятельная работа студентов: тетрадь, ручка шариковая, библиотека/ПК с выходом в Интернет, с MathCAD/MicrosoftExcel/Maple.\

[illegible]